

MODELLI E METODI NUMERICI PER EQUAZIONI IPERBOLICHE NON LINEARI

Il corso fornisce un'introduzione ai modelli ed le nozioni di base per l'approssimazione numerica della soluzione di equazioni iperboliche non lineari, in particolare concentrandosi sul caso del primo ordine, ovvero leggi di conservazione e equazioni di Hamilton-Jacobi. Il corso presenterà modelli basati su tali equazioni, in particolare modelli biologici, traffico veicolare, controllo di automi.

Verranno sviluppati dei codici di programmazione nel linguaggio MATLAB.

Programma del corso:

Ogni modulo è una lezione frontale di 2.5 ore.

- 1 - Equazioni iperboliche non lineari: presentazione generale.
- 2 - Leggi di conservazione: elementi di teoria di esistenza ed unicità, soluzioni deboli, problema di Riemann, soluzioni entropiche.
- 3 - Approssimazione numerica di leggi di conservazione: metodo alle differenze finite, volumi finiti, Godunov. Leggi di conservazione su networks, applicazione a modelli biologici e di traffico veicolare.
- 4 - Implementazione in Matlab degli schemi numerici discussi. Verifica di proprietà di convergenza, discussione di condizioni tecniche di convergenza delle approssimazioni.
- 5 - Equazioni di Hamilton-Jacobi: derivazione, soluzioni di viscosità, principio della programmazione dinamica e connessione con problemi di controllo ottimo.
- 6 - Approssimazione numerica di equazioni di Hamilton-Jacobi: metodo alle differenze finite, metodi semilagrangiani. Applicazione a problemi di ottimizzazione di traiettorie.
- 7 - Implementazione in Matlab dei degli schemi numerici discussi. Verifica di proprietà di convergenza, discussione di condizioni tecniche di convergenza delle approssimazioni. Discussione sulla complessità di calcolo.
- 8 - Varie ed eventuali, considerazioni finali.

MODELS AND NUMERICAL METHODS FOR NON LINEAR HYPERBOLIC EQUATIONS

The course provides an introduction to models and numerical approximation of the solution of nonlinear hyperbolic equations, with particular focus on the first order, i.e., conservation laws and Hamilton-Jacobi equations. The course will discuss models based on these equations, in particular biological models, vehicular traffic, control of automata. Programming codes in the MATLAB language will be developed.

Each module is a 2.5 hour frontal lesson.

- 1 - Non linear hyperbolic equations: general presentation.
- 2 - Conservation laws: elements of existence and uniqueness theory, weak solutions, Riemann problem, entropic solutions.
- 3 - Numerical approximation of conservation laws: finite difference method, finite volumes, Godunov. Conservation laws on networks, application to biological models and traffic.
- 4 - Matlab implementation of the numerical schemes discussed. Verification of convergence properties, discussion of technical conditions of convergence of approximations.
- 5 - Hamilton-Jacobi equations: derivation, viscosity solutions, principle of dynamic programming and connection with optimal control problems.
- 6 - Numerical approximation of Hamilton-Jacobi equations: finite difference method, semilagrangian methods. Application to path optimization problems.
- 7 - Implementation in Matlab of the numerical schemes discussed. Verification of convergence properties, discussion of technical conditions of convergence of approximations. Computation complexity discussion.
- 8 - Conclusions and complementary issues.